МАТЕМАТИКА

1 тур (заочный)

2011-2012 учебный год

**8 класс**

**1.** В треугольнике АВС медиана ВМ равна высоте АН. Чему равен ?

**2.** В ковре размером  м имеются 19 точечных дырок. Можно ли вырезать из него прикроватный коврик размером  м, не содержащий дырок?

**3.** На сторонах прямоугольного треугольника построены квадраты. Придумайте и напишите как, используя не более пяти разрезов, разделить два меньших квадрата на части, из которых можно сложить больший квадрат.

**4.** Сорок участников школьной олимпиады по легкой атлетике соревновались в беге на 60 м, в прыжках в длину и в прыжках в высоту. Результаты соревнований выявили 25 призеров по бегу, а также по 22 призера − в прыжках в длину и в высоту. Кроме того, по бегу и/или по прыжкам в длину выявлено 33 призера, по бегу и/или по прыжкам в высоту – 32 призера, по прыжкам в длину и/или в высоту – 31 призер. Во всех трех видах призерами стали 10 участников. – Сколько участников стали призерами по каждому, но только одному, виду соревнований? Сколько всего призеров только по одному виду соревнований?

МАТЕМАТИКА

1 тур (заочный)

2011-2012 учебный год

**9 класс**

**4.** Сорок участников школьной олимпиады по легкой атлетике соревновались в беге на 60 м, в прыжках в длину и в прыжках в высоту. Результаты соревнований выявили 25 призеров по бегу, а также по 22 призера − в прыжках в длину и в высоту. Кроме того, по бегу и/или по прыжкам в длину выявлено 33 призера, по бегу и/или по прыжкам в высоту – 32 призера, по прыжкам в длину и/или в высоту – 31 призер. Во всех трех видах призерами стали 10 участников. – Сколько участников стали призерами по каждому, но только одному, виду соревнований? Сколько всего призеров только по одному виду соревнований?

**5.** Катет прямоугольного треугольника с целочисленными сторонами равен 17.

Чему равен другой его катет ? Сколько решений имеет задача ?

**6.** Найдите значение выражения .

**7.** Найдите все натуральные *x* и *y*, удовлетворяющие уравнению .

**8.** Докажите, что, если выпуклые четырёхугольники со всевозможными сторонами  имеют одну и ту же площадь , то  причём наименьшее значение суммы квадратов сторон достигается при  (когда четырёхугольник – квадрат).

МАТЕМАТИКА

1 тур (заочный)

2011-2012 учебный год

**10 класс**

**4.** Сорок участников школьной олимпиады по легкой атлетике соревновались в беге на 60 м, в прыжках в длину и в прыжках в высоту. Результаты соревнований выявили 25 призеров по бегу, а также по 22 призера − в прыжках в длину и в высоту. Кроме того, по бегу и/или по прыжкам в длину выявлено 33 призера, по бегу и/или по прыжкам в высоту – 32 призера, по прыжкам в длину и/или в высоту – 31 призер. Во всех трех видах призерами стали 10 участников. – Сколько участников стали призерами по каждому, но только одному, виду соревнований? Сколько всего призеров только по одному виду соревнований?

**8.** Докажите, что, если выпуклые четырёхугольники со всевозможными сторонами  имеют одну и ту же площадь , то  причём наименьшее значение суммы квадратов сторон достигается при  (когда четырёхугольник – квадрат).

**9.** Целые числа *p*, *q*, *r* удовлетворяющие равенству , называются *пифагоровыми числами*. Докажите, что квадрат комплексного числа  имеет вид , и числа (,) образуют пифагорову тройку.

**10.** В прямоугольном параллелепипеде объёмом 169200 м3 полная поверхность равна 18480 м2, а главная диагональ равна 97 м. Докажите, что некоторые грани данного параллелепипеда суть квадраты. Найдите длину рёбер этих граней.

**11.** Докажите равенство .

**12.** При каких *t* бóльший корень уравнения  больше 103 и меньше 104, а меньший его корень больше (–104) и меньше (–103)?